

Tartalom

1. Halmazok, relációk, függvények	1
1.1. Halmazelméleti alapfogalmak	1
1.1.1. A halmaz fogalma	1
1.1.2. Műveletek halmazokkal	3
1.1.3. Relációk, leképezések (függvények)	6
1.2. Elemi függvények	22
1.2.1. Lineáris függvény	22
1.2.2. Szakaszonként egyenesvonalú függvény	27
1.2.3. Hatványfüggvény	31
1.2.4. Másodfokú függvény	34
1.2.5. Exponenciális függvény	43
1.2.6. Logaritmusfüggvény	44
1.2.7. Trigonometrikus függvények	45
1.2.8. Árkuszfüggvények	47
1.2.9. Hiperbolikus függvények	50
1.2.10. Áreafüggvények	52
1.3. Elemi függvények és transzformációik	54
2. Számsorozatok	59
2.1. A sorozat fogalma, megadása és ábrázolása	59
2.1.1. Sorozatok megadása	59
2.1.2. Sorozatok ábrázolása	60
2.2. Korlátos és monoton sorozatok	63
2.3. Rekurzív sorozatok	69
2.3.1. Számítási (aritmetikai) sorozat	69
2.3.2. Mértani (geometriai) sorozat	73
2.3.3. A Fibonacci-féle sorozat	80
2.4. Differenciaegyenletek	81
2.4.1. Véges differenciák	82
2.4.2. Állandó együtthatós lineáris differenciaegyenletek	82
2.5. Konvergencia sorozatok	88
2.5.1. Sorozatok határértéke	88
2.5.2. Nullához és végtelenhez tartó sorozatok	92
2.5.3. Műveletek konvergencia sorozatokkal	94
2.5.4. Néhány nevezetes sorozat határértéke	95
2.5.5. Végtelen mértani sor	111
3. Egyváltozós valós függvények	114
3.1. Valós függvényekkel kapcsolatos alapfogalmak	114
3.1.1. A függvények megadása	114
3.1.2. Valós függvények tulajdonságai	125

3.1.3.	Műveletek függvényekkel, az inverz függvény	132
3.2.	Függvények folytonossága	139
3.2.1.	A folytonosság definíciója	139
3.2.2.	Folytonos függvények	142
3.3.	Függvények határértéke	143
3.3.1.	Függvény határértékével kapcsolatos alapfogalmak	143
3.3.2.	Függvény határértékének tulajdonságai	145
3.3.3.	Végtelenben vett és végtelen határérték	146
3.3.4.	Néhány fontosabb határérték	147
3.3.5.	Valós függvény szakadáspontjai és aszimptotái	161
4.	Egyváltozós valós függvények differenciálszámítása	169
4.1.	A differenciálszámítás alapfogalmai	169
4.1.1.	A görbe érintője és a pillanatnyi sebesség	169
4.1.2.	A derivált (differenciálhányados) fogalma	171
4.1.3.	Differenciálási szabályok	174
4.1.4.	A differenciál fogalma	189
4.1.5.	Magasabb rendű differenciálhányadosok	190
4.2.	A differenciálszámítás alkalmazása	191
4.2.1.	A differenciálszámítás középértéktételei	191
4.2.2.	A Taylor-formula	194
4.2.3.	L'Hospital-szabály	197
4.2.4.	A függvény monotonitása és szélsőértékei	202
4.2.5.	A függvény konvexitása és inflexiós pontjai	210
4.2.6.	Függvénykivizsgálás	212
5.	Egyváltozós valós függvények integrálszámítása	239
5.1.	A határozatlan integrál fogalma	239
5.2.	A határozatlan integrál alaptulajdonságai	241
5.3.	Integrálási módszerek	249
5.3.1.	Helyettesítési módszer	249
5.3.2.	Parciális integrálás módszere	256
5.4.	Racionális és racionalizálható integrálok	265
5.4.1.	Racionális függvények integrálása	265
5.4.2.	Irracionális függvények integrálása	274
5.4.3.	Trigonometrikus függvények integrálása	279
5.4.4.	Exponenciális és hiperbolikus függvények integrálása	281
5.5.	A határozott integrál fogalma és tulajdonságai	283
5.5.1.	Arkhimédész módszere síkidomok területének meghatározására	283
5.5.2.	A határozott integrál fogalma	284
5.5.3.	A határozott integrál tulajdonságai	287
5.5.4.	Newton-Leibniz formula	289
5.6.	A határozott integrál alkalmazása	294
5.6.1.	Síkidomok területszámítása	294
5.6.2.	Forgástestek térfogata	302
5.6.3.	Ívhossz számítás	305
5.6.4.	Forgástestek felszíne	306

5.7. Improprius integrál	307
5.7.1. Első típusú improprius integrál	307
5.7.2. Második típusú improprius integrál	310
6. Differenciálegyenletek	312
6.1. A differenciálegyenlet fogalma	312
6.2. Elsőrendű differenciálegyenletek	316
6.2.1. Szétválasztható változójú differenciálegyenletek	316
6.2.2. Változóiban homogén differenciálegyenlet	321
6.2.3. Elsőrendű lineáris differenciálegyenlet	326
6.2.4. Bernoulli-féle differenciálegyenlet	332
6.3. Másodrendű differenciálegyenlet	339
6.3.1. Másodrendű lineáris differenciálegyenlet	339
6.3.2. Állandó együtthatós homogén lineáris differenciálegyenlet	340
6.3.3. Állandó együtthatós inhomogén lineáris differenciálegyenlet	344