talmas energiát követelő felugrás oda juttatja.

A zágrábi Globus Könyvkiadónak az Új világ sorozatban megjelent kiadványa mindenképpen napjainknak egy elgondolkodtató, időszerű és termékeny művét juttatta kezünkbe. Sajnáljuk, hogy az utószó inkább a könyvhöz akar útmutatást adni, mint hogy Morint próbálná bemutatni, s hogy olyan hibák csúsznak bele, mint az, hogy számtalanszor „K. jelentésnek" mondja Hruscsov jelentését a XX. kongresszuson, csak azért, mert a fordító nem figyelt fel arra, hogy Hruscsovot franciául K-val írják, vagy olyan semmiképpen sem tolerálható hibák, mint az, hogy a francia írásmód mechanikus átvétele miatt Francois Fejtő lett Fejtő Ferencből, sőt Rayk Rajkból.

Bálint István

OPTIMUMSZÁMÍTÁS GAZDASÁGI SZAKEMBEREK SZÁMÁRA

(Krekó Béla–Szórád György: Optimumszámítás lineáris feltételek mellett. Szabadka, 1983.)

A hazai szakirodalmi piacon ritkaságszámba megy a gazdasági és műszaki szakembereknek szánt frissen megjelent matematikai módszerekkel és alkalmazásukkal foglalkozó könyv. Ezt az űrt hivatott betölteni Krekó Béla és Szórád György Optimumszámítás lineáris feltételek mellett című munkája. Ez a könyv eddig egyedülálló példája a budapesti Marx Károly Közgazdaságtudományi Egyetem tanára és a Szabadkai Közgazdasági Kar tanára közreműködésének. Ugyanis a sokévi együttműködés eredménye a több kötetre tervezett magyar nyelven készülő kézikönyvsorozat, amelynek első részét már kézhez kaphatja az olvasó. Reméljük, idővel szerbhorvát nyelven is gazdagítani fogja a szakirodalmi választékot. A könyv kiadója a Szabadkai Közgazdasági Informatikai és Szervezési Kutatóintézete.

A kötet elsősorban azok számára készült, akik tanulni, illetve gyakorlatilag is alkalmazni kívánják az optimumszámítási módszereket. Ezért a könyv elsősorban a következő igényeket elégíti ki:

– a lineáris programozás csak egyik, igaz, legfontosabb eleme az optimumszámítási módszereknek, de a könyv ettől általánosabb képet nyújt,

– a numerikus készség fejlesztése helyett a figyelmet a számítógép alkalmazásának lehetőségeire fordítja,

– a módszerek skáláját is kibővíti.

A könyv csupán a folytonos esettel foglalkozik, s azzal is csak lineáris feltételrendszer mellett. Kiemelt szerepe van mindenképpen a legelterjedtebb modellek közül a lineáris programozásnak, a legpopulárisabb módszerek közül pedig a szimplex módszernek.

A kötet első része az általános bevezetés mellett a szimplex-módszerre épülő eljárásokat tartalmazza, míg a második a többi módszert. Minden rész azonban két szemszögből világítja meg a problémát. Egyrészt az elméleti alapok lefektetése mellett, vele párhuzamosan megjelenik az elméleti háttér hézagait betöltő gyakorlati példák, feladatok bemutatása, azok számítógépes megoldási lehetőségeinek, kérdéseinek tárgyalása. Így valójában a két kötet párhuzamosan használható, de ugyanakkor függetlenek is egymástól, mert elkülöníti a téma elméleti, ill. gyakorlati megközelítését.

A könyv nagy gondot fordít a feladatok közgazdasági interpretációjára, hisz elsősorban gazdasági szakemberek számára készült. De sikerrel használhatják egyéb gyakorlati szakemberek is, matematikusok vagy más természettudománnyal foglalkozók.

Az elméleti alapokat lefektető bevezető elsősorban a modellalkotással, modellszerkesztéssel, valamint az optimális program fogalmával, tulajdonságaival foglalkozik. A szerzők itt határozzák meg azt a problémakört, amellyel foglalkoznak. Ez pedig a lineáris feltételek mellett keresendő optimális megoldás. Tehát a linearitási kikötés csak a feltételrendszerre vonatkozik, a célfüggvényre már nem érvényes ez a megszorítás. Ez mellett szólnak a következő tények:

– a gyakorlatban felmerülő problémák túlnyomórészt éppen ilyen természetűek (ha ez mellett a célfüggvény is lineáris, akkor lineáris programozásról beszélünk),

– a nem-lineáris feltételi rendszer esete is gyakran visszavezethető lineáris esetre,

– a számítógép használata szempontjából a lineáris feltételi rendszer kedvezőbb megoldási körülményeket és lehetőségeket nyújt, sőt sokszor csak lineáris esetben elképzelhető.

Az elméleti alapvetések fejezete természetesen elengedhetetlenül tartalmazza az alapvető fogalmak és összefüggések ismertetését, a lehetséges programok halmazához kapcsolódó kérdéseket, a konvex és konkáv függvények fogalmának általánosítását, az optimális pontok halmazára vonatkozó tudnivalók ismertetését. Mindezen állítások, tételek mellett jelentkező szükséges bizonyítások is teljes egészében szerepelnek a fejezetben.

Sor kerül a lineáris programozási feladatok, s ebből eredően a Lagrange-féle segédfüggvény gazdasági interpretációjára is. Alapvető jelentősége van a dualitás gondolatának is, ugyanis ez az elv kétségtelenül közgazdasági indíték alapján került az optimumszámításba. Ennek értelmében, a lineáris programozás esetében a primáris feladat úgy értelmezhető, hogy a maximális hatékonyságú termelési programot keressük, a duális feladatban viszont az értékelési rendszert igyekszünk meghatározni, amelyben az erőforrások együttes értéke a lehető legkisebb. A dualitással kapcsolatban fogalmazhatók meg a dualitási tételek: ezek a szimmetria, gyenge dualitási, erős dualitási, komplementaritási és egzisztencia-tételek, amelyeknek bizonyítását szintén megtalálja az olvasó. Ezeknek a tételeknek konkrét gazdasági háttere és értelmezése van.

Némileg más eset áll fenn a dualitási kérdésekkel kapcsolatban nem-lineáris célfüggvény mellett. Itt a célfüggvény linearitása helyett a folytonos deriválhatósági kikötés érvényes, s így a dualitási tételek megfogalmazásában is némi változások lépnek fel. Itt már olyan új fogalmak is szerepelnek, mint a gradiens és a stacionárius pont, amelyek lineáris esetben nem jelentkeztek. Igen kiemelt szerepük van a Kuhn–Tucker-féle feltételeknek, amelyeknek szoros kapcsolatuk van a stacionárius pont fogalmával, amely itt az optimális pont fogalmát helyettesíti.

Abban az esetben, mikor a célfüggvény folytonos deriválhatósága helyett arra csak a folytonosság van kikötve, akkor a dualitás bizonyos nyeregpont-tulajdonságokon keresztül jut kifejezésre, illetve a nyeregpont létezése már biztosítja az optimális pont létezését. Itt is, ha az x jelenti a termelési vektort, akkor az u árnyékárrendszert, a nyeregpont pedig gazdasági egyensúlyt képvisel a maximális termelési eredményre való törekvés és a minimális ráfordítás között.

Az elméleti szempontból legfontosabbnak tartott ismeretek közlése után a kötetben a későbbiekben a legfontosabb matematikai módszerek ismertetésére került sor, figyelembe véve a következő szempontokat:

a) A szerzők elsődleges óhaja a módszerek minél szélesebb körű bemutatása, de mindenekelőtt a szimplex-módszernek kitüntetett szerepet biztosítani.

b) A legnagyobb figyelem a lineáris programozásra összpontosul, de ugyanakkor a nem-lineáris problémák is ugyanolyan fontosságúak.

c) A számítások elvégzésénél a szerzők elsősorban a számítógép-alkalmazást „kalkulálták" be, mert a kézi számításnak nincs jelentősége.

d) A numerikus modellekkel kapcsolatban érvényes az a kikötés, hogy az L halmaz korlátos, ami közgazdasági modellekre vonatkozóan természetes kikötés, s ami általában automatikusan teljesül is.

A második fejezet a szimplex-módszerrel foglalkozik, amely az optimumszámításnak a mai napig a leggyakrabban és legsikeresebben alkalmazott módszere. „Értékét" mindenekelőtt az is növeli, hogy nemcsak a lineáris programozási feladatok megoldására alkalmas, hanem más problémákéra is. Az olvasó megismerheti a bázistranszformáció és a szomszédos csúcspontok fogalmát, valamint a módszer alkalmazásának feltételeit.

A szimplex-módszert és alkalmazási feltételeit bemutató pontok után a következő három a szimplex-módszer legfontosabb alkalmazási területét vizsgálja.

A legelterjedtebb alkalmazási terület a lineáris programozás, ahol – mint ismeretes – nemcsak a feltételek, de a célfüggvény is lineáris, a szimplex-módszer alkalmazásának feltételei biztosítottak. A speciális struktúrával rendelkező feladatok esetén az általános algoritmusokat leegyszerűsítve lehet alkalmazni. Erről szól a felső korlátok módszerét, a Dantzig-Wolfe dekompozíciós eljárást és az egyéb dekompozíciós módszereket bemutató pont. A felső korlátok módszere könnyen gépesíthető, s így hatékonyabb, mint az általános szimplex-módszer. A nemzetközi irodalom GUB-módszer néven ismeri. A Dantzig-Wolfe dekompozíciós eljárás alapjának megértését egy közgazdasági interpretáció segíti, amely szerint valamely gazdasági szervezetben egy központ néhány különböző egység, ún. szektor tevékenységét irányítja, miközben maga is részt vesz a termelésben. Az erőforrások egy része a központ kezelésében van, más részük felett a szektorok szabadon rendelkeznek. A cél olyan tevékenységi rendszernek a meghatározása, amely a maximális hatékonyságot biztosítja. Ennek a feladatnak a matematikai alakján bizonyos transzformációt lehet elvégezni, amelyre hatékonyan alkalmazható az ún. dekompozíciós eljárás. Mindehhez szükséges a transzformált feladat duálisa, ahol az ismeretlenek a központi erőforrások árnyékárvektora, valamint az egyes szektorok gazdasági mutatói. A dekompozíciós eljárás algoritmusa a központi, ill. szektorfeladatok váltakozó megoldására támaszkodik. Az olvasó megtalálja az ehhez szükséges bizonyításokat is. Az említett D–W dekompozíciós eljáráson kívül még mintegy 70 egyéb dekompozíciós módszer ismert. E nagyszámú eljárás kidolgozását az említett típusú nagyméretű optimumszámítási feladatok számítógépes problémái tették szükségessé, de ugyanolyan jelentősége van a problémák közgazdasági interpretációjának. Ez a pont a Benders algoritmus ismertetése mellett összefoglalja még az ismertebb dekompozíciós módszerek közös jellemzőit, melyeknek alapja a következő:

a) Az eredeti feladatot mindenképpen fel kell bontani (dekomponálni) transzformált feladatra és szektorfeladatokra,

b) a két feladattípus közötti kapcsolat megteremtésére megadható egy ún. megoldási stratégia,

c) információáramlás a két feladattípus között,

d) az algoritmusok itterációk sorozatából állnak.

A következő pont a szállítási problémával foglalkozik, amelynek mátrix reprezentációja teljesen unimoduláris, s így annak megoldására egyszerűsített algoritmus alkalmazható.

A parametrikus programozást bemutató pont olyan programozási feladatokkal foglalkozik, amelyeknél azt kell megvizsgálni, hogyan alakul a megoldás, ha a konstansok értéke adott változók, ún. paraméterek függvénye. Ilyen esetben parametrikus programozásról, ill. érzékenységi vizsgálatról beszélünk, azzal a kikötéssel, hogy csak a korlátvektorhoz és a hatékonyságvektorhoz tartozhatnak lineárisan függő paraméterek.

A parametrikus programozás továbbfejlesztett alakja az általánosított lineáris programozási feladat, ahol az együttható mátrix oszlopvektorai nem állandók, hanem bizonyos lineáris feltételek mellett szabadon választhatók meg. Így a maximális hatékonyságú programmal egyidejűleg egy együtthatómátrix optimális struktúrája is keresendő.

Egy pont foglalkozik még a lineáris programozás és a játékelmélet kapcsolatával.

A monoton programozást bemutató pont olyan problémákat dolgoz fel, melyeknél a lineáris feltételrendszer mellett a célfüggvény szigorúan kvázimonoton függvény. Ezek közé tartozik többek között a hiperbolikus programozás esete. A kvadratikus programozási feladat, úgy mint a hiperbolikus feladat is, utólagos transzformációkkal olyan alakra hozható, hogy a szimplex-módszer alkalmazásával megoldható.

A kiadványt azok figyelmébe ajánlom, akiknek érdeklődése kiterjed erre a fontos és alkalmazható tudományos területre, akik a szimplex módszerrel, a lineáris, a monoton és kvadratikus programozás eseteivel szeretnének megismerkedni, de azoknak is, akiknek szándékában áll a konkrét gyakorlatban jelentkező porblémák megoldása.

Molnár S. Verona