Sepsey Csaba—Molnár S. Verona

EGY HÚSIPARI TERMELÉSI TERV ELKÉSZÍTÉSE A MATEMATIKAI PROGRAMOZÁS ESZKÖZEIVEL

Az élelmiszer-termelés, valamint az integrációs folyamatok terén történő műszaki-technológiai fejlődés oda vezetett, hogy nagyméretű munkaszervezetek alakultak, mind kapacitás, mind pedig a befektetett eszközök szempontjából. A termelés mechanizációja és automatizációja jelentősen megnöveli a fix költségek relatív részvételét a tmasz önköltségében, másrészt pedig a beépített kapacitásokkal csökken a piac irányába mutató elaszticitás. Mindemellett a gazdasági fejlődés üteme olyan, hogy az ügyviteli döntéseket az előirányzott fejlődéssel összhangban kell meghozni. A szervezés és döntéshozatal szempontjából a húsiparnak különösen jelentős helye van a gazdasági életben. Ugyanis mint végső termelő közvetlenül a nyersanyagtermelők és a realizációs folyamatok között van. Ebből pedig az következik, hogy a termelési-pénzügyi terv nagymértékben hat a többi résztvevő hasonló tervére, de ugyanakkor legalább olyan mértékben függ is tőlük. Éppen ezért jelentős a kutatás kiszélesítése a húsfeldolgozási folyamat minden műszaki-technológiai és szervezési elemére. Az egyik ilyen probléma a húsipari termékek előállítása az előírt minőségi szinten úgy, hogy azzal maximális hatékonyság legyen elérhető. Ez a szempont az állattenyésztési termékek szűkös feltételei mellett nehezen teljesíthető.

Mint ismeretes, a klasszikus kalkulatív módszerekkel nehezen állítható össze olyan termelési terv, amely minden rendelkezésre álló nyersanyag figyelembevételével maximális hatékonyságot biztosít. Minthogy az összefüggések lineárisnak is tekinthetők, célszerű a lineáris programozás alkalmazása. Amikor azonban valamilyen alternatív lehetőségeket kell figyelembe venni, lineáris összefüggések mellett, akkor némely változó csak meghatározott diszkrét értékeket vehet fel, s a probléma már nem oldható meg a lineáris programozás módszereivel. Ebben az esetben a vegyes-egészértékű programozási módszereket kell használni, melyeknek alkalmazása összetettebb.

Az optimális termelési program modellje

A húsipari termelés optimálásának egyik szempontja az, hogy a rendelkezésre álló és optimálisan szétosztott nyersanyag segítségével olyan termékválasztékot állítunk elő, amely maximális célfüggvényértéket biztosít.

A modell általános lineáris alakja a következő:

$$\underline{x} \geq 0$$

$$\underline{A}\underline{x} \lesseqgtr \underline{b}$$

$$\underline{c}^{*}\underline{x} = \max$$

Egy olyan maximum problémával állunk szemben, ahol az A, b és c elemek konstansok, az x elemei pedig változók.

A szimbólumok jelentése a következő:

A — műszaki-technológiai együtthatók mátrixa
b — jobb oldal, a rendelkezésre álló nyersanyagok vektora
c — a célfüggvény-koefficiensek vektora.

A modell ismeretlenei a késztermékek termelendő mennyiségei.

A célfüggvényben a c és x vektorok sorozata található. Az ismeretleneket szorzó együtthatók mint hatékonysági mutatók nem a klasszikus értelembe vett árak, hanem az árkülönbségek, amelyeket az egyes eladási árakból kapunk a direkt költségek kivonása után. A direkt költségek a nyersanyag- és egyéb anyagi költségekből állnak. Ekkor gyakran megesik, hogy az egyes termékeknél az árkülönbségek negatívak.

A műszaki-technológiai együtthatók mátrixa a nyersanyag vagy kapacitás egységnyi ráfordításait tartalmazza egységnyi késztermék előállítására, valamint lehetnek bizonyos pénzügyi jellegű együtthatók. Tehát az említett mátrix oszlopok szerint termékeket, sorok szerint pedig erőforrásokat, különböző (pl. piaci) előírásokat tartalmaz.

A rendelkezésre álló erőforrások vektora az egyes nyersanyagok rendelkezésre álló mennyiségeit tartalmazza kg-ban, amelyek a mátrix soraiban definiáltak.

Optimális termelési program

Egy vágóhíd évi termelési-pénzügyi tervének kidolgozása keretében egy olyan kedvező termelési programot kell összeállítani, amely maximális árkülönbséget biztosít. Az egyszerűség kedvéért csak két termelő vonalat vettünk figyelembe, mégpedig: a tartós kolbászokat 5 termékkel és a tartós konzervek csoportját 18 termékkel. Mindkét termékcsoport részben azonos erőforrásokat használ, ám a parciális optimálás szuboptimumhoz vezetne, vagyis az egyik csoport optimális termékválasztékát csak a másik terhére tudná megvalósítani.

Csak a kulcsfontosságú nyersanyagokat vettük figyelembe, míg a segédanyagokat kihagytuk. A rendelkezésre álló különböző nyersanyagok listáját és kg-ban kifejezett mennyiségeit a következő táblázat tartalmazza:

1. sz. táblázat

Nyersanyagok*	Rendelkezésre álló mennyiségek
1. Meso 1	550 000
2. Gomeso 1	550 000
3. Tkivo	500 000
4. So	82 000
5. GDL	20 000
6. Loj	110 000
7. Masnoća	650 000
8. Meso 2	120 000
9. Gomeso	100 000
10. Emul	85 000
11. Glava	155 000
12. Svjetra	140 000
13. Slezina	55 000
14. Krv	21 000
15. Živmeso	30 000
16. Živjetra	8 000
17. Divljač	3 800
18. Škemba	4 200

* A modellban szereplő és a számítógépbe betáplált eredeti elnevezések.

A következő táblázat a késztermékekre vonatkozó adatokat tartalmazza:

2. sz. táblázat

1. csoport: TARTÓS KOLBÁSZOK

A termék neve	A célfüggvény koefficiense	Felső korlát
x1 Čajna	25,20	550 000
x2 Sremska	19,50	370 000
x3 Kulen	33,42	37 000
x4 Sudžuk	41,26	170 000
x5 Budimska	76,21	37 000

2. csoport: TARTÓS KONZERVEK

A termék neve	A célfüggvény koefficiense	Felső korlát
x6 Jetr 50	15,20	400 000
x7 Jetr 75	17,12	400 000
x8 Jetr 150	12.42	76 000
x9 Jetr 200	12,18	45 000
x10 Jetr 900	8,71	40 000
x11 Špec 75	28,42	42 000
x12 Špec 140	22,63	140 000
x13 Živ 50	19,35	85 000

x14	Živ 75	22,35	85 000
x15	Živ 140	17,31	36 000
x16	Fazan 75	18,23	43 000
x17	Fazan 140	12,76	19 000
x18	Vik 100	7,45	75 000
x19	Vik 150	3,12	350 000
x20	Vik 200	0,32	320 000
x21	Narezak	—4,26	80 000
x22	Minced	2,36	20 000
x23	Čoped	8,63	32 000

Minden nyersanyagra felállítható egy anyagmérleg. Pl.: A Meso 1 nyersanyag anyagmérlege a következő:

$$0,6639\ x1 + 0,67621\ x2 + 0,3915\ x3 + 0,6615\ x5 + 0,1723\ x18 + 0,1712\ x19 + 0,1716\ x20 + 0,0332\ x21 + 0,6823\ x22 + 0,6815\ x23 \leq 550.000$$

Az ismeretlenek együtthatói az egyes nyersanyagok (erőforrások) hányadát jelölik az 1 kg x1, x2, . . ., x23 késztermékekben, az egyenlőtlenség jobb oldalán pedig a rendelkezésre álló nyersanyagmennyiségek állnak.

A műszaki-technológiai együtthatók, amelyek az említett módon a nyersanyagok részarányát mutatják az egyes egységnyi súlyú végtermékekben úgy vannak meghatározva, hogy magukba foglalják az értékcsökkenést és az esetleges hulladékot is, amely a termelési folyamat szükséges velejárója.

Azon egyenlőtlenségek mellett, amelyek a nyersanyagok korlátolt mennyiségét jelölik, a modell még piaci követelményeket kifejező korlátokat is tartalmaz. Ilyenek pl. azok a korlátok, amelyek az egyes termékcsopontokra vonatkozóan előírnak egy bizonyos szintű termelést:

$$x6 + x7 + x8 + x9 + x10 \geq 820\ 000$$

$$x13 + x14 + 15x \geq 120\ 000$$

E korlátok értelmében pl. a májpástétomból legalább 820 000 kg, míg a baromfipástétomból legalább 120 000 kg-ot kell leszállítani.

A modell nem tartalmazza a termelővonalak kapacitására vonatkozó korlátokat, mert ebben a konkrét esetben nem jelentettek szűk garatot.

A célfüggvény az egyes árkülönbségek és ismeretlenek szorzatának összege:

$$25,2\ x1 + 19,5\ x2 + 33,42\ x3 + 41,26\ x4 + \ldots —4,26\ x21 + 2,36\ x22 + 8,63\ x23 \rightarrow \max.$$

A bemutatott modellt az FMPS (Funktional Mathematical Programming System) programcsomaggal oldottuk meg, a Szabadkai Informatikai és Szervezési Kutatóintézet UNIVAC 1100 számítógépén. Az optimumhoz 18 iteráció után jutottunk, a célfüggvény értéke pedig 47 063 000,00 din. Az optimális eredményt a következő táblázat tartalmazza:

4. sz. táblázat

A termék neve	Mennyiség
1. Čajna	550 000
2. Sremska	197 822,80
3. Kulen	37 000
4. Sudžuk	170 000
5. Budimska	37 000
6. Jetr 50	400 000
7. Jetr 75	400 000
8. Jetr 150	0
9. Jetr 200	20 000
10. Jetr 900	0
11. Špec 75	42 000
12. Špec 140	37 253,15
13. Živ 50	35 000
14. Živ 75	85 000
15. Živ 140	0
16. Fazan 75	14 457,67
17. Fazan 140	0
18. Vik 100	75 000
19. Vik 150	0
20. Vik 200	0
21. Narezak	0
22. Minced	0
23. Čoped	0

A termelési programban nem kapott helyet minden termék. Ennek legfőbb oka a nyersanyag-erőforrás korlátolt mennyisége. A modell elsősorban azokat a termékeket favorizálja, amelyek nagyobb árkülönbséget biztosítanak, illetve amelyek nagyobb mértékben hatnak a célfüggvény növelésére. Ezen termékeknél a termelési lehetőség a felső határon valósul meg. Éppen ezen termékeknek vannak pozitív árnyékáraik. Az illető termék mennyiségét növelve tehát a célfüggvény értéke is növelhető, mégpedig annyi pénzegységgel, amennyi az árnyékár. Az árnyékárak elemzésével kimutatható, hogy mely termékeknél érdemes növelni, ill. csökkenteni a termelt mennyiséget a nagyobb hatékonyság érdekében.

A programcsomag által történt optimálással az erőforrás kihasználtságáról is nyerünk kimutatást.

3. Vegyes-egészértékű programozási modell

A gyakorlatban szükség lehet olyan korlátok bevezetésére is, amelyeket csak 0—1 értékű változók segítségével lehet kifejezni. Az ilyen modellek már klasszikus lineáris programozási módszerekkel nem oldhatók meg. A gyakorlatban leginkább a korlátozás és szétválasztás módszerét használják. Ezzel a módszerrel dolgozik az FMPS programcsomag is.

Az előzőekben bemutatott lineáris modellhez új korlátokat adtunk hozzá. A LoG1, LoG2, . . ., LoG18 korlátok az x6, x7, . . ., x23 folytonos változókat kötik össze az Ix6, Ix7, . . ., Ix23 egészértékű változókkal, s ugyanakkor az egyes felső korlátokat is tartalmazzák.

Pl.

LoG1: x6 —400.000 Ix6 $\leqq$ 0.

Ez a korlát azt biztosítja, hogy amint az $Ix6 = 1$, tehát amint termelhető az $x6$ az legfeljebb 400 000 kg lehet. A többi korlát is hasonló tartalmú.

A LoG19, LoG20, LoG21, LoG22 korlátok azt biztosítják, hogy az egyes termékcsoportokon belül legalább 1, ill. 2 terméket állítsunk elő. Pl.:

LoG18: $Ix6 + Ix7 + Ix8 + Ix9 + Ix10 \geqq 2$

LoG20: $Ix11 + Ix12 \geqq 1$

LoG21: $Ix13 + Ix14 + Ix15 \geqq 1$

LoG22: $Ix16 + Ix17 \geqq 1$

LoG23: $Ix18 + Ix19 + Ix20 \geqq 2$

A LoG24 korlát az $x6, \ldots, x23$ termékcsopontból legfeljebb 10 féle termék előállítását engedélyezi:

LoG24: $Ix6 + Ix7 + Ix8 + \ldots + Ix23 \leqq 10$.

A modell tartalmazza még azt a lehetőséget is, hogy a rendelkezésre álló nyersanyagmennyiséget növeljük, mégpedig utólagos vásárlással, de ugyanakkor bizonyos pénzügyi eszközök befektetésével. A Mesol nyersanyag esetében 20 000 kg-mal növelhető a rendelkezésre álló mennyiség 300 000 din. befektetéssel, amely a maximális árkülönbséget egyébként csökkenti, valamint 30 000 kg-os növelés 400 000 din. befektetéssel jár, az 50 000 kg-os növelés pedig 600 000 din. befektetéssel. Minthogy bármely változat megvalósulása esetében a pénzügyi eredmény csökken, ezért a megfelelő összegek e célfüggvényben negatív előjellel szerepelnek. Ha a Mesol erőforrás-növelés változatait IM1, IM2, ill. IM3-mal jelöljük, akkor a Mesol korlát a következő:

$$0{,}6639x1 + 0{,}6721x2 + \ldots + 0{,}6815x23 \leqq 550\,000 + 20\,000\,IM1 + \\ + 30\,000\,IM2 + 50\,000\,IM3$$

A célfüggvény megfelelő koefficiensei az IM1, IM2, és IM3 változókra vonatkozóan —20 000, —30 000 és —50 000.

Ha a Mesol kapacitásnövelés valamely változata megvalósul, akkor a megfelelő IM1, IM2, ill. IM3 egészértékű változó értéke 1, ha azonban a növekedés nem valósul meg, az értékek 0. Ugyanakkor a célfüggvény pénzügyi hatékonysága a befektetés értékével csökken, vagy változatlan marad.

A Svjetra nyersanyagmérleg jobb oldala az előzőekhez hasonlóan:

$\ldots \leqq 140\,000 + 5000\,IJ1 + 10\,000\,IJ2b + 15\,000\,IJ3$, a megfelelő célfüggvény-koefficiensek pedig —500 000, —900 000 és —1 200 000.

A Živmeso esetében egy változat esedékes, mégpedig 300 000 din. befektetéssel járó 15 000 kg-os növelést:

$\ldots \leqq 30\,000 + 15\,000\,IZ$.

Még egy LoG25 korlát is létezik, amellyel az össz befektetés értéke korlátolható. Az össz befektethető eszközök értéke nem haladhatja meg a 3 000 000 dinárt:

$$\text{LoG25: } 300\,000\,IM1 + 400\,000\,IM2 + 600\,000\,IM3 + 500\,000\,IJ1 + \\ + 900\,000\,IJ2 + 1\,200\,000\,IJ3 + 300\,000\,IZ \leqq 3\,000\,000.$$

A bemutatott modellt az FMPS programcsomag segítségével optimalizáltuk. Az optimumot 149 iteráció után kaptuk meg 8 ágaztatás után. A célfüggvény értéke 49 658 000,00 din. A lineáris változattal szemben a kapott hatékonyság nagyobb. Tehát a befektetéssel járó nyersanyagkészlet növelése mindenképpen kifizetődött. Az optimálás eredményét a következő táblázat tartalmazza:

5. sz. táblázat

A termék neve	Mennyiség
1 Čajna	550 000
2. Sremska	316 850
3. Kulen	37 000
4. Sudžuk	170 000
5. Budimska	37 000
6 Jetr 50	400 000
7. Jetr 75	400 000
8. Jetr 150	0
9. Jetr 200	20 000
10. Jetr 900	0
11. Špec 75	42 000
12. Špec 140	117 540
13. Živ 50	83 834
14. Živ 75	85 000
15. Živ 140	0
16. Fazan 75	42 553
17. Fazan 140	0
18. Vik 100	75 000
19. Vik 150	0
20. Vik 200	0
21. Narezak	0
22. Minced	0
23. Čoped	0
24. Ix6	1,0
25. Ix7	1,0
26. Ix8	0
27. Ix9	1,0
28. Ix10	0
29. Ix11	1,0
30. Ix12	1,0
31. Ix13	1,0
32. Ix14	1,0
33. Ix15	0
34. Ix16	1,0
35. Ix17	0
36. Ix18	1,0
37. Ix19	0
38. Ix20	1,0
39. Ix21	0
40. Ix22	0
41. Ix23	0
42. IM1	0
43. IM2	1,0
44. IM3	1,0
45. IJ1	1,0
46. IJ2	0
47. IJ3	1,0
48. IZ	1,0

A termelésprogram nem tartalmaz minden terméket. Ennek oka egyrészt az egyes nyersanyagok korlátolt mennyiségében van, másrészt pedig a termelésre vonatkozó korlátokban. A nyersanyagkészlet növelésének lehetősége miatt a pénzügyi eredmény nagyobb a lineáris változatnál, függetlenül attól, hogy ez más költségeket is előidézett. Természetesen a korlátolt eszközök miatt nem valósulhatott meg minden bővítési változat.

Összefoglalás

Az évi, negyedévi vagy havi operatív termelési tervek készítésénél a matematikai modellek alkalmazása igen hasznosnak mutatkozik. Segítségükkel, adott körülmények között a legrövidebb idő alatt megtalálható a legjobb termelési program, de az egyes korlátozó tényezők és feltételek hatásköre is tanulmányozható.

Minden nagyobb számítógép kész programcsomaggal rendelkezik, olyannal, amely a matematikai programozásra is alkalmas. Mindenesetre ez a körülmény nagymértékben megkönnyíti és meggyorsítja a termelési tervek készítését több ízben és több változatban, amelyek alapján olyan döntések hozhatók, amelyeknek eleve nagyobb esélyük van a sikerre.

Rezime

Izrada proizvodnog plana u klaničnoj industriji primenom matematičkog programiranja

Prilikom planiranja i upravljanja u klaničnoj industriji celishodno je primeniti metode linearnog programiranja. Ima međutim slučajeva, kada treba uzeti u obzir npr. neke alternativne mogućnosti ulaganja. Neke promenljive tada mogu imati samo diskretne vrednosti, odnosno vrednosti 0—1. Takvi problemi se rešavaju metodom separiranja i limitiranja. U radu je prikazan jedan manji praktičan primer iz prakse klanične industrije, sa ograničenjima karakterističnim za ovu industriju.

Daju se dve varijante zadatka: prvi je linearni model, a drugi je problem mešovito-celobrojnog programiranja. Analiza rezultata je dokazala da je svakako vredelo na ovaj način ispitivati mogućnost proširenja kapaciteta uz dodatna ulaganja, i da to može poslužiti kao objektivna podloga za donošenje odluka.

Summary

Application of Mathematical Programming for Production Plans in Meat-packing Industry

When planning and managing in meat-packing industry it is suitable to apply the method of linear programming. There are cases though, when we should take into consideration for exemple some alternative possibilities of investments. Some variables in those cases can have only discrete values, that is the value of 0—1. These problems can be solved by the method of separation and limitation. In this paper a practical example from meat-packing industry is presented, with limitations characteristic for this industry.

Two variants of models are given: the first is the linear model and the second is the problem of mixed-integer programming. The analyses of the results has prooven that it is more than worthwhile to investigate, using these models — the possibility of widening the capacity by additional investments, and that this investigation can be an objective source for decision-making.

E. A.